

# Výpočet prechodného deja pri spínaní znižovacieho DC/DC meniča pre aperiodický priebeh veličín

<sup>1</sup>Dávid SCHWEINER, <sup>2</sup>Dobroslav KOVÁČ

<sup>1,2</sup>Katedra teoretickej a priemyselnej elektrotechniky, Fakulta elektrotechniky a informatiky,  
Technická univerzita v Košiciach, Slovenská republika

<sup>1</sup>david.schweiner@tuke.sk, <sup>2</sup>dobroslav.kovac@tuke.sk

**Abstrakt** — Tento článok obsahuje výpočet prechodného deja, ktorý nastáva pri spínaní tranzistora v znižovacom DC/DC meniči. Výpočet je rozdelený do dvoch intervalov, ktoré predstavujú zopnutý a rozopnutý stav spínača. Výpočet je realizovaný použitím Laplace-Carsonovej transformácie. Článok je prvou časťou, ktorá obsahuje riešenie iba pre aperiodický priebeh veličín, teda spätná transformácia je riešená pre reálne korene kvadratickej rovnice.

**Kľúčové slová** — Heaviside-ov vzorec, Laplace-Carson-ová transformácia, prechodný dej, znižovací DC/DC menič

## Transient analysis of buck DC/DC converter switching for aperiodic course of values

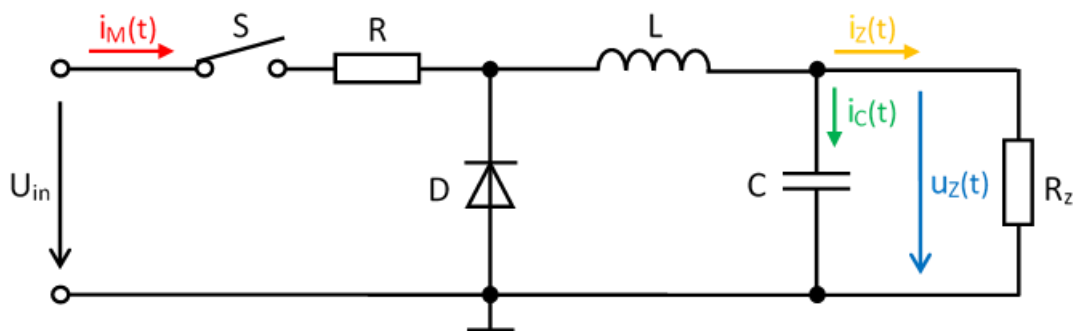
**Abstract** — The paper contains transient analysis of buck DC/DC converter switching. The analysis is separated into two intervals, which represent opened and closed switch. The calculation is carried out using Laplace-Carson transformation. The paper is first part of analysis, which contain solution only for aperiodic course of values. Thus reverse transformation is solved for real roots of quadratic equation.

**Keywords** — buck DC/DC converter, Heaviside formula, Laplace-Carson transformation, transient analysis

### I. ÚVOD

Výpočtom prechodného deja pri spínaní znižovacieho DC/DC meniča je možné zistiť jeho charakteristiku nábehu a tým aj dynamiku celého systému. Takýmto spôsobom získaná charakteristika sa dá uplatniť všeobecne pre daný typ meniča. Vďaka tomu bude nápomocná pri formulovaní podmienok pre paralelnú spoluprácu znižovacích DC/DC meničov, keďže umožní hlbšie porozumieť ako sa vzájomne ovplyvňujú jednotlivé parametre meniča [4].

Ako východisko pre výpočet posluží všeobecná schéma znižovacieho DC/DC meniča znázornená na Obr. 1.

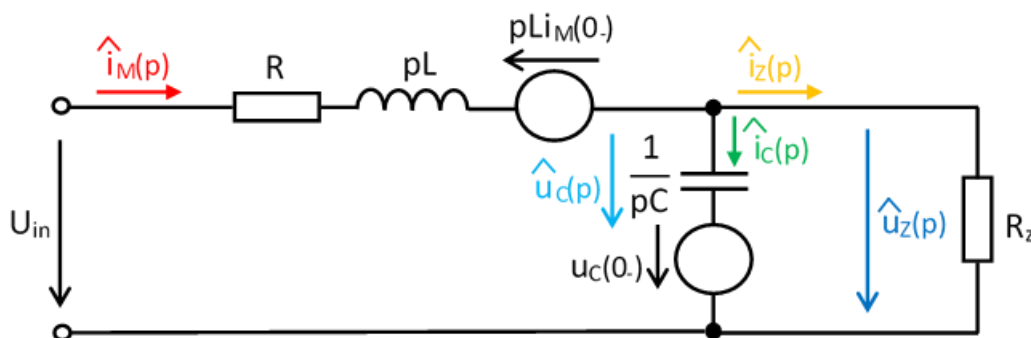


Obr. 1 Schéma znižovacieho DC/DC meniča v časovej oblasti

Spínač S predstavuje spínací prvok, ktorý je v reálnom obvode najčastejšie realizovaný pomocou MOSFET tranzistora. Rezistor R predstavuje odporovú zložku meniča (reálna cievka a tranzistor v zopnutom stave). Prechodný dej bude v tomto prípade pozostávať z dvoch intervalov. Prvý interval je čas kedy je spínač S zopnutý, teda vstupné napájacie napätie  $U_{in}$  je pripojené k záťaži. V druhom intervale je spínač S rozopnutý, teda vstupné napájacie napätie  $U_{in}$  je odpojené a obvod sa uzatvára cez nulovú diódu D. Prechodný dej je tak potrebné vypočítať pre oba tieto intervaly samostatne. Neznámymi veličinami, ktoré je potrebné určiť sú napätie  $u_Z(t)$  a prúd  $i_M(t)$ . Napätie  $u_Z(t)$  je výstupné napätie na záťaži a je rovné napätiu na kondenzátore. Prúd  $i_M(t)$  je prúd, ktorý prechádza meničom a ďalej sa rozdeľuje na prúd do kondenzátora  $i_C(t)$  a do záťaže  $i_Z(t)$  [2], [3].

## II. VÝPOČET PRVÉHO INTERVALU (SPÍNAČ S JE ZOPNUTÝ)

Pre výpočet prechodného deja je použitá metóda **Laplace-Carson**-ovej transformácie [1]. Prvým krokom tejto metódy je prekreslenie schémy do operátorového tvaru (Obr. 2).



Obr. 2 Operátorová schéma znižovacieho DC/DC meniča v obrazovej oblasti pre prvý interval

Ďalším krokom výpočtu je zostavenie rovníc podľa všeobecne platných Kirchhoffových zákonov a Ohmovho zákona. Napätie  $\hat{u}_Z(p)$  je možné vyjadriť ich úpravou a postupným dosadzovaním.

$$(R + pL)\hat{i}_M(p) - pLi_M(0.) + \hat{u}_Z(p) - U_{in} = 0 \quad (1)$$

$$\hat{i}_M(p) = \hat{i}_C(p) + \hat{i}_Z(p) \quad (2)$$

$$\frac{1}{pC}\hat{i}_C(p) + u_C(0.) = \hat{u}_Z(p) \quad (3)$$

Rovnice (1) až (3) sú zostavené pomocou Kirchhoffových zákonov, platia pre obvod v prvom intervale a postačujú pre vyjadrenie napätia  $\hat{u}_Z(p)$ .

$$\hat{i}_C(p) = (\hat{u}_Z(p) - u_C(0.))pC \quad (4)$$

Rovnica (4) je odvodená z rovnice (3) a vyjadruje prúd  $\hat{i}_C(p)$ .

$$(R + pL) \left( pC \left( \hat{u}_Z(p) - u_C(0_-) \right) + \frac{\hat{u}_Z(p)}{R_Z} \right) - pLi_M(0_-) + \hat{u}_Z(p) - U_{in} = 0 \quad (5)$$

$$p^2LC\hat{u}_Z(p) - p^2LCu_C(0_-) + pRC\hat{u}_Z(p) - pRCu_C(0_-) + p\frac{L}{R_Z}\hat{u}_Z(p) + \frac{R}{R_Z}\hat{u}_Z(p) - pLi_M(0_-) + \hat{u}_Z(p) - U_{in} = 0 \quad (6)$$

$$p^2LC\hat{u}_Z(p) + p\hat{u}_Z(p) \left( RC + \frac{L}{R_Z} \right) + \frac{R}{R_Z}\hat{u}_Z(p) + \hat{u}_Z(p) = p^2LCu_C(0_-) + p \left( RCu_C(0_-) + Li_M(0_-) \right) + U_{in} \quad (7)$$

$$\hat{u}_Z(p) = \frac{p^2LCu_C(0_-) + p \left( RCu_C(0_-) + Li_M(0_-) \right) + U_{in}}{p^2LC + p \left( RC + \frac{L}{R_Z} \right) + \left( 1 + \frac{R}{R_Z} \right)} \quad (8)$$

Rovnica (5) je dosadzovaním odvodená z predchádzajúcich rovníc. Rovnice (6) až (8) sú postupnou matematickou úpravou, pričom rovnica (8) je konečným vyjadrením napätia  $\hat{u}_Z(p)$ . Pomocou Heaviside-ovho vzorca sa následne vykoná spätná transformácia  $\hat{u}_Z(p)$  do časovej oblasti [1].

$$\hat{u}_Z(p) \hat{=} u_Z(t) = \frac{U_{in}}{\left( 1 + \frac{R}{R_Z} \right)} + \frac{LCu_C(0_-)p_1 + \left( RCu_C(0_-) + Li_M(0_-) \right) + \frac{U_{in}}{p_1}}{\sqrt{\left( RC + \frac{L}{R_Z} \right)^2 - 4LC \left( 1 + \frac{R}{R_Z} \right)}} e^{p_1 t} + \frac{LCu_C(0_-)p_2 + \left( RCu_C(0_-) + Li_M(0_-) \right) + \frac{U_{in}}{p_2}}{-\sqrt{\left( RC + \frac{L}{R_Z} \right)^2 - 4LC \left( 1 + \frac{R}{R_Z} \right)}} e^{p_2 t} \quad (9)$$

Kde  $p_1$  a  $p_2$  sú **reálne korene** kvadratickej rovnice.

$$p_{1,2} = \frac{-\left( RC + \frac{L}{R_Z} \right) \pm \sqrt{\left( RC + \frac{L}{R_Z} \right)^2 - 4LC \left( 1 + \frac{R}{R_Z} \right)}}{2LC} \quad (10)$$

Obdobným spôsobom je potrebné vyjadriť aj prúd  $i_M(t)$  v časovej oblasti. V prvom kroku sa teda postupným dosadzovaním a úpravou odvodí  $\hat{i}_M(p)$  v obrazovej oblasti. Základom pre vyjadrenie prúdu  $\hat{i}_M(p)$  je rovnica (2), ktorá bola použitá vyššie.

$$\hat{i}_M(p) = \left( \hat{u}_Z(p) - u_C(0_-) \right) pC + \frac{\hat{u}_Z(p)}{R_Z} \quad (11)$$

$$\hat{u}_Z(p) = \frac{\hat{i}_M(p) + pCu_C(0_-)}{pC + \frac{1}{R_Z}} \quad (12)$$

Rovnica (11) je odvodená dosadením rovnice (4) do rovnice (2), kde prúd  $\hat{i}_Z(p)$  je vyjadrený pomocou Ohmovho zákona. Rovnica (12) je odvodená z rovnice (11) a vyjadruje napätie  $\hat{u}_Z(p)$ .

$$(R + pL)\hat{i}_M(p) - pLi_M(0_-) + \frac{\hat{i}_M(p) + pCu_C(0_-)}{pC + \frac{1}{R_Z}} - U_{in} = 0 \quad (13)$$

$$p^2LC\hat{i}_M(p) - p^2LCi_M(0_-) + p\frac{L}{R_Z}\hat{i}_M(p) - p\frac{L}{R_Z}i_M(0_-) + pRC\hat{i}_M(p) + \frac{R}{R_Z}\hat{i}_M(p) + \hat{i}_M(p) + pCu_C(0_-) - pCU_{in} - \frac{U_{in}}{R_Z} = 0 \quad (14)$$

$$p^2\hat{i}_M(p)(LC) + p\hat{i}_M(p) \left( RC + \frac{L}{R_Z} \right) + \frac{R}{R_Z}\hat{i}_M(p) + \hat{i}_M(p) = p^2LCi_M(0_-) + p \left( \frac{L}{R_Z}i_M(0_-) - Cu_C(0_-) + CU_{in} \right) + \frac{U_{in}}{R_Z} \quad (15)$$

$$\hat{i}_M(p) = \frac{p^2LCi_M(0_-) + p \left( \frac{L}{R_Z}i_M(0_-) - Cu_C(0_-) + CU_{in} \right) + \frac{U_{in}}{R_Z}}{p^2LC + p \left( RC + \frac{L}{R_Z} \right) + \left( 1 + \frac{R}{R_Z} \right)} \quad (16)$$

Dosadením rovnice (12) do rovnice (1) je odvodená rovnica (13). Rovnice (14) až (16) sú matematickou úpravou rovnice (13), ktorá vedie ku konečnému vyjadreniu prúdu  $\hat{i}_M(p)$ . Spätná transformácia do časovej oblasti je následne opäť vykonaná pomocou Heaviside-ovho vzorca [1].

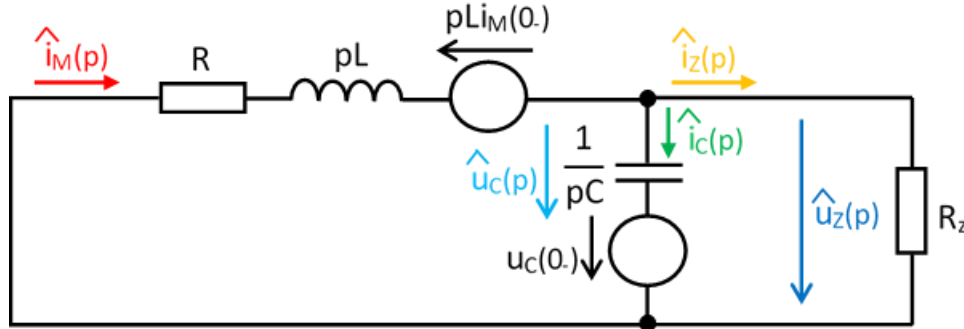
$$\hat{i}_M(p) \hat{=} i_M(t) = \frac{U_{in}}{(R + R_Z)} +$$

$$+ \frac{p_1 LCi_M(0.) + \left(\frac{L}{R_Z} i_M(0.) - Cu_C(0.) + CU_{in}\right) + \frac{U_{in}}{p_1 R_Z}}{\sqrt{\left(RC + \frac{L}{R_Z}\right)^2 - 4LC\left(1 + \frac{R}{R_Z}\right)}} \cdot e^{p_1 t} - \frac{p_2 LCi_M(0.) + \left(\frac{L}{R_Z} i_M(0.) - Cu_C(0.) + CU_{in}\right) + \frac{U_{in}}{p_2 R_Z}}{\sqrt{\left(RC + \frac{L}{R_Z}\right)^2 - 4LC\left(1 + \frac{R}{R_Z}\right)}} \cdot e^{p_2 t} \quad (17)$$

Kde  $p_1$  a  $p_2$  sú **reálne korene** kvadratickej rovnice rovnaké ako v prípade napätia  $u_Z(t)$  (rovnica 10).

### III. VÝPOČET DRUHÉHO INTERVALU (SPÍNAČ S JE ROZOPNUTÝ)

Na Obr. 3 je schéma obvodu v operátorovom tvare po rozpojení spínača S.



Obr. 3 Operátorová schéma znižovacieho DC/DC meniča v obrazovej oblasti pre druhý interval

Výpočet druhého intervalu je veľmi podobný ako výpočet prvého. V druhom intervale nie je prítomné napájacie napätie  $U_{in}$ , keďže spínač S je rozopnutý. Pre obvod v druhom intervale platia rovnice (2) a (3), ktoré boli použité aj pre výpočet prvého intervalu. Z rovnice (1) vypadne napájacie napätie  $U_{in}$  (rovnica 18).

$$(R+pL)\hat{i}_M(p) - pLi_M(0.) + \hat{u}_Z(p) = 0 \quad (18)$$

$$(R+pL) \left( pC \left( \hat{u}_Z(p) - u_C(0.) \right) + \frac{\hat{u}_Z(p)}{R_Z} \right) - pLi_M(0.) + \hat{u}_Z(p) = 0 \quad (19)$$

$$\hat{u}_Z(p) = \frac{p^2 LCu_C(0.) + p(RCu_C(0.) + Li_M(0.))}{p^2 LC + p\left(RC + \frac{L}{R_Z}\right) + \left(1 + \frac{R}{R_Z}\right)} \quad (20)$$

Rovnica (19) je dosadzovaním odvodená z predchádzajúcich rovníc. Rovnica (20) je konečným vyjadrením napätia  $\hat{u}_Z(p)$  pre druhý interval. Spätná transformácia do časovej oblasti sa opäť odvodí aplikovaním Heaviside-ovho vzorca [1].

$$\hat{u}_Z(p) \hat{=} u_Z(t) = \frac{LCu_C(0.)p_1 + (RCu_C(0.) + Li_M(0.))}{\sqrt{\left(RC + \frac{L}{R_Z}\right)^2 - 4LC\left(1 + \frac{R}{R_Z}\right)}} e^{p_1 t} - \frac{LCu_C(0.)p_2 + (RCu_C(0.) + Li_M(0.))}{\sqrt{\left(RC + \frac{L}{R_Z}\right)^2 - 4LC\left(1 + \frac{R}{R_Z}\right)}} e^{p_2 t} \quad (21)$$

Kde  $p_1$  a  $p_2$  sú reálne korene rovnaké ako v prvom intervale (rovnica 10). Pri odvodzovaní  $\hat{i}_M(p)$  platia rovnice (13) až (16), avšak vypadnú z nich všetky členy obsahujúce napätie  $U_{in}$ . Rovnica (22) predstavuje konečné vyjadrenie prúdu  $\hat{i}_M(p)$ .

$$\hat{i}_M(p) = \frac{p^2 LCi_M(0.) + p\left(\frac{L}{R_Z} i_M(0.) - Cu_C(0.)\right)}{p^2 LC + p\left(RC + \frac{L}{R_Z}\right) + \left(1 + \frac{R}{R_Z}\right)} \quad (22)$$

Spätná transformácia do časovej oblasti sa opäť odvodí aplikovaním Heaviside-ovho vzorca (rovnica 23) [1].

$$\hat{i}_M(p) \hat{=} i_M(t) = \frac{p_1 LCi_M(0.) + \left(\frac{L}{R_Z} i_M(0.) - Cu_C(0.)\right)}{\sqrt{\left(RC + \frac{L}{R_Z}\right)^2 - 4LC\left(1 + \frac{R}{R_Z}\right)}} \cdot e^{p_1 t} - \frac{p_2 LCi_M(0.) + \left(\frac{L}{R_Z} i_M(0.) - Cu_C(0.)\right)}{\sqrt{\left(RC + \frac{L}{R_Z}\right)^2 - 4LC\left(1 + \frac{R}{R_Z}\right)}} \cdot e^{p_2 t} \quad (23)$$

Kde  $p_1$  a  $p_2$  sú reálne korene z rovnice 10, ktoré platia aj pre prvý interval.

#### IV. ZÁVER

Realizované výpočty prechodných dejov pre napätie a prúd v meniči môžu byť nápomocné pri formulovaní podmienok sériovej a paralelnej spolupráce DC/DC meničov, keďže umožňujú lepšie pochopenie závislostí medzi jednotlivými prvkami (indukčnosť, kapacita, odpor) meniča. Pomocou matematicky vyjadrených veličín napätia a prúdu v časovej oblasti je možné určiť ich priebeh, teda dobu nábehu, čas ustálenia, veľkosť zvlnenia, a pod. Výhodou týchto výpočtov je, že sú realizované v rovine teoretickej elektrotechniky, preto sa dajú aplikovať všeobecne v prípade znižovacích DC/DC meničov. V budúcnosti by malo byť realizované riešenie spätnej transformácie pre komplexne združené korene kvadratickej rovnice, teda pre kvazistacionárny priebeh veličín napätia a prúdu, ktoré sa líši od riešenia popísaného v tomto článku.

#### POĎAKOVANIE

Článok bol vypracovaný s podporou slovenského grantového projektu FEI-2017-36.

#### LITERATÚRA

- [1] V. Šimko, D. Kováč, I. Kováčová, "Teoretická elektrotechnika 2," *Elfa*, Košice, 2000. ISBN 80-88964-44-X.
- [2] A. Momeneh, M. Castilla, M. Moradi Ghahderijani, J. Miret and L. Garcia de Vicuña, "Analysis, design and implementation of a DC/DC boost resonant-inductor converter with sliding-mode control," *IET Power Electronics*, vol. 11, no. 3, pp. 460-467, 3 20 2018. doi: 10.1049/iet-pel.2017.0234
- [3] W. Xuhong, Z. Yiming and G. Junxia, "A novel active soft-switching converter with loss-less snubber for MTEM electromagnetic transmitter," *2017 IEEE 21st International Conference on Pulsed Power (PPC)*, Brighton, 2017, pp. 1-6. doi: 10.1109/PPC.2017.8291313
- [4] P. Li *et al.*, "The investigation on single-event transients from DC/DC power converters for space application," *2017 Prognostics and System Health Management Conference (PHM-Harbin)*, Harbin, 2017, pp. 1-4. doi: 10.1109/PHM.2017.8079224