JIEE Časopis priemyselnej elektrotechniky
Journal of Industrial Electrical Engineering
ISSN 2454-0900
www.jiee.eu

Zrýchlenie výpočtu hraničnej plochy

Milan GUZAN

Katedra teoretickej a priemyselnej elektrotechniky, Fakulta elektrotechniky a informatiky, Technická univerzita v Košiciach, Slovenská republika

milan.guzan@tuke.sk

***Abstrakt* — V článku je prezentovaná možnosť zrýchlenia výpočtu jedného rezu hraničnej plochy. To je možné pridaním ďalšieho hranola do stavového priestoru (na chaotický atraktor) pre skoršie zastavenie výpočtu jednej trajektórie. Vzhľadom na to, že v jednom reze sa vypočítava rádovo desaťtisíce (a viac) trajektórií, zrýchlenie umožní nielen kratší čas výpočtu, ale šetrenie elektrickou energiou. Podobný postup je možné použiť nielen pri analýze chaos generujúcich systémov, ale aj pri analýze pamäťových obvodov.**

***Kľúčové slová* — hraničná plocha, chaos, trajektória, výpočet, zrýchlenie**

Acceleration of boundary surface calculation

***Abstract* — The article presents the possibility of accelerating the calculation of one cross-section of boundary surface. This can be done by adding additional cuboid to state space (onto chaotic attractor) for earlier stopping calculation of one trajectory. Considering that in one cross-section is calculated tens thousands (and more) trajectories, acceleration will allow not only making calculation time shorter, but also saving electrical energy. A similar procedure can be applied in the analysis of the chaos generating systems and memory circuits.**

***Keywords* — boundary surface, chaos, trajectory, computing, accelerate**

I. ÚVOD

Snaha zlepšovať veci vôkol seba sa o.i. premieta aj do zrýchlenia či optimalizácie pracovných postupov. Napr. na automatizovaných linkách je prínosom skrátenie času aj o niekoľko desatín sekúnd, autodopravcovia sa snažia čím skôr prepraviť tovar na určené miesto atď. S potrebou zrýchlenia výpočtov sa môžeme stretnúť aj pri matematických výpočtoch napr. pri výpočtoch série rezov hraničnej plochy (HP) v 3D stavovom priestore. Prečo je záujem o výpočty rezov HP?

II. HRANIČNÁ PLOCHA

HP oddeľuje od seba jednotlivé atraktory vyskytujúce sa v obvode a poskytuje exaktné vysvetlenie činnosti, ale aj zlyhania elektronických obvodov (sekvenčných a chaos generujúcich obvodov). Preto je potrebné sa zaoberať ďalšími možnosťami zrýchlenia výpočtov rezov HP.

Výpočet jedného rezu HP spočíva v riešení systému diferenciálnych rovníc (1), napr. metódou Runge-Kutta 4. rádu, pre sieť M×N začiatočných podmienok (ZP) zobrazených bodkami na Obr. 1a. Výsledkom výpočtu sú farebné oblasti – oblasti príťažlivosti pre jednotlivé aktraktory. Na Obr. 1b červená oblasť predstavuje oblasť príťažlivosti pre chaotický atraktor (CHA) a žltej tu odpovedá oblasť príťažlivosti pre nekonečno resp. pre stabilný limitný cyklus. Parametre ktoré boli použité pre riešenie systému (1) sú [1]: C_1 = 0,1 F, C_2 = 2 F, R = 1,428571 Ω, L = 1,428571 H, B_p = 1 V, m_0 = -4 S, m_1 = -0,1 S, ρ = 0.

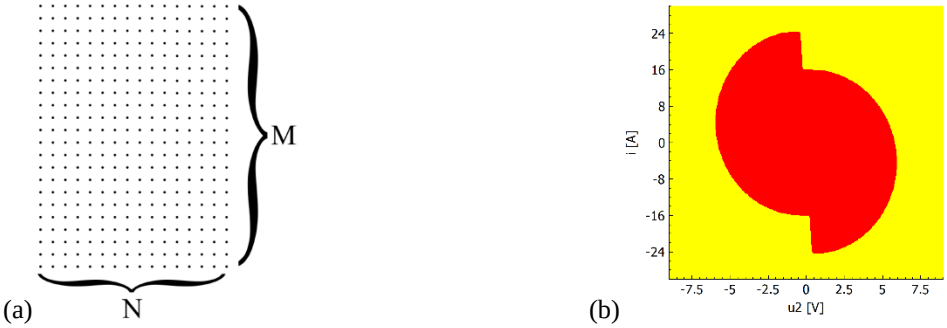
Ak sa počíta séria rezov HP, je možné získať nielen prehľad o morfológii HP zobrazením jednotlivých 2D rezov HP, ale aj rekonštruovať HP v 3D. Takto je možné prispieť k názornému

vysvetleniu činnosti obvodu, ale aj k vysvetleniu možného problému.

$$\begin{aligned} C_1\left(du_1/dt\right) &= (u_2-u_1)/R-g(u_1) \\ C_2\left(du_2/dt\right) &= (u_1-u_2)/R+i \\ L\left(di/dt\right) &= -u_2-\rho.i \end{aligned} \tag{1}$$

a

$$g(u_1)=m_2u_1+\frac{1}{2}\left(m_0-m_1\right)\left(\left|u_1+B_P\right|-\left|u_1-B_P\right|\right) \tag{2}$$



Obr. 1 (a) sieť M×N ZP pre výpočet jedného rezu HP, (b) vypočítaný rez HP pre u_1=0.

Výpočet série rezov HP znamená vypočítať niekoľko desiatok až tisíc rezov HP. Výpočet je preto náročný na výkon počítača. Z toho vyplýva nutnosť optimalizovať výpočet rezov HP tak, aby výsledky výpočtov boli prístupné pre ďalšie spracovanie v relatívne krátkom čase.

III. Doteraz realizované zrýchlenie výpočtov

Výpočet jedného rezu HP nie je možný bez detekcie príslušného atraktora hranolom, a tiež aj bez určenia hraníc pre nekonečno resp. pre stabilný limitný cyklus. Zároveň výpočet systému (1) pre M×N ZP znamená aj testovanie odskoku nasledujúceho od predchádzajúceho riešenia. Ide o parametre, ktoré významne ovplyvňujú rýchlosť výpočtu rezu HP (v softvéri opísanom v [2] sú to parametre *uhMax* a *ihMax*). Pri výpočte jedného rezu HP sú preto v programe navrhnuté dva druhy testov.

Prvý test prebieha hneď od začiatku výpočtu trajektórie - testuje sa, či zastupujúci bod (ZB) neprekročí minimálnu a maximálnu hranicu zodpovedajúcu hodnotám stavových premenných i, u_2, u_1. Ak sa ZB ocitne nad takto zvoleným veľkým hranolom, výpočet trajektórie sa ukončí a začne výpočet novej trajektórie pre ďalšiu, novú ZP.

Druhý test prebieha až po uplynutí času *tTest*. Počas zvoleného času sa predpokladá, že ZB už je pritiahnutý atraktorom a ak ZB vstúpi po čase *tTest* do zvoleného hranola, znamená to, že bol pritiahnutý daným atraktorom. Podobne, ako v prvom prípade, je výpočet trajektórie ukončený a systém (1) sa začína riešiť pre novú ZP.

Z práce [2] vzhľadom na rýchlosť výpočtu jedného rezu vyplýva, že:

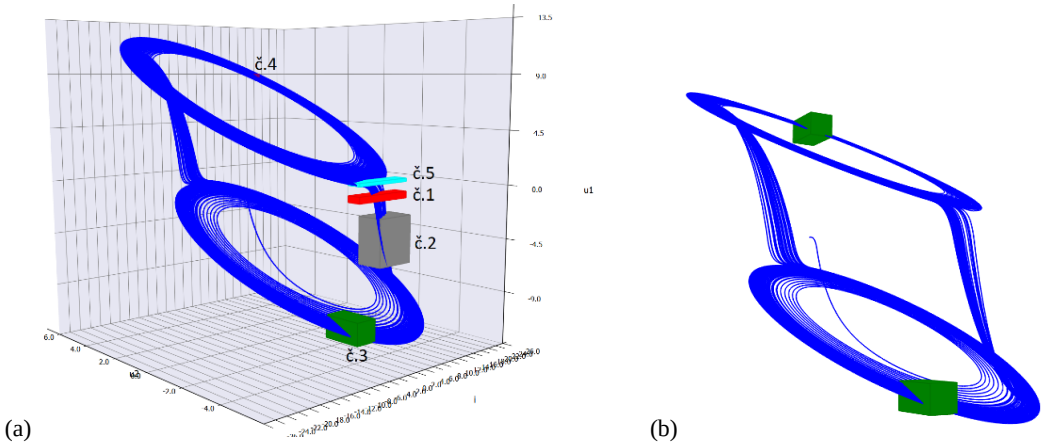
- je potrebné nájsť vhodný jeden hranol, ktorý urýchli výpočet,
- vhodný násobiteľ pre adaptívny integračný krok je 1,02,
- rýchlejší program na 64 bitovom operačnom systéme Windows je 64 bitový ako 32 bitový,
- najrýchlejšia softvérová optimalizácia pri preklade do spustiteľného *.exe súboru je optimalizácia O2 (Visual Studio),
- výpočet rezu HP je rýchlejší pomocou paralelizácie ako iba pomocou jedného CPU – čo je aj očakávané.

Vyššie uvedené poznatky pomohli zrýchliť výpočet jedného rezu HP. Nie sú to však všetky možnosti, ako ešte viac zrýchliť výpočet. Tie načrtne nasledujúca kapitola.

IV. Ďalšie možnosti zrýchlenia výpočtu jedného rezu HP

Prvým krokom je nájdenie vhodného umiestnenia a veľkosti hranola detekujúceho CHA. Ten spočíva v určení takého miesta v 3D na CHA, kde sa ZB bude po uplynutí času *tTest*, pohybovať

najčastejšie. Je preto potrebné poznať dynamiku CHA. Bolo navrhnutých niekoľko testovacích hranolov, ktorých umiestnenie na CHA ilustruje Obr. 2a. Rýchlosť výpočtu jedného rezu odpovedajúcemu vždy len jednému prítomnému hranolu je tabelárne zhrnutá v Tabuľke I. Z nej je zrejmé, že najrýchlejší výpočet jedného rezu je pre zvolený hranol číslo č.3 (zelený).



(a) (b)

Obr. 2 (a) Umiestnenie postupne testovaných jednotlivých hranolov na CHA, (b) výber optimálne umiestneného hranola č.3 spolu s jeho druhým symetrickým ekvivalentom.

Tabuľka. I
Súradnice hranolov a čas výpočtu jedného rezu HP pre $u_1 = 0$, pri použití jedného, alebo dvoch hranolov detekujúceho CHA

P.č.	farba hranola	u1 min. [V]	u1 max. [V]	u2 min. [V]	u2 max. [V]	i min. [A]	i max. [A]	čas výpočtu (1 hranol) [mm:ss]	čas výpočtu (2 hranoly) [mm:ss]
1	červená	-0,25	0,25	-5,25	-4,75	-5	5	3:26	3:08
2	sivá	-5,5	-1,75	-5	-4,04	0,618	7,32	3:06	2:53
3	zelená	-11,3	-9,48	-4,85	-3,39	-3,37	0,43	2:44	2:33
4	svetlo modrá	1	1,25	-5,25	-4,75	-5	5	2:59	2:48
5	fialová	8,6	9	3	3,4	7,6	8	3:12	2:54

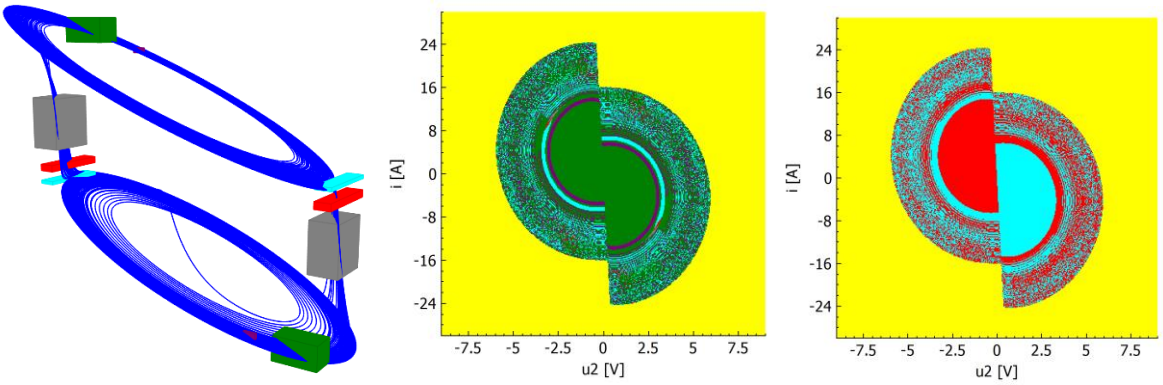
Ďalšie zrýchlenie výpočtu je možné zavedením druhého testovacieho hranola pre CHA. Vzhľadom na to, že systém v (1) obsahuje symetrickú funkciu (2) pre VA charakteristiku, hranice druhého hranola budú mať opačné znamienko ako prvý hranol. Zrýchlenie v porovnaní s časom pre zelený hranol č. 3 je evidentné, pretože oproti času 2:44 min. bol nameraný čas 2:33 min. Rozdiel je síce iba 11 s, ale pri presnejšom výpočte rezu HP (zmenšenie hodnôt parametrov *uhMax* a *ihMax*), bude rozdiel v časoch väčší.

Na základe Tabuľky I by sa mohlo zdať, že ak bude použitých viacero hranolov na detekciu CHA (stĺpec pre 2 hranoly), výpočet jedného rezu HP bude ešte rýchlejší. Preto bol urobený test s postupným pridávaním ďalšieho testovacieho hranola. V Tabuľke II, v stĺpci farba je preto znamienko +. Z Tabuľky II je zrejmé, že najrýchlejší čas výpočtu jedného rezu HP je až po pridaní posledného, piateho testovacieho hranola (2:44 min.). Takého zrýchlenie výpočtu však nie je efektívne. Rovnako rýchlo totiž prebehol výpočet pri jedinom hranole č. 3 (zelený) – Tabuľka I a ešte kratší čas bol zaznamenaný pri iba dvoch symetricky umiestnených testovacích hranoloch (č. 3, zelená – čas 2:33 min.), nehovoriac o tom, že návrh ďalších troch nových hranolov (do počtu päť), vyžaduje istý čas a pozornosť používateľa. Čo sa stane resp. aký vplyv bude mať na rýchlosť výpočtu skutočnosť, že budú ďalej pridávané symetrické hranoly? V Tabuľke II je naznačený postupne sa zvyšujúci počet testovacích hranolov a získané časy výpočtu zaznamenáva stĺpec: čas výpočtu – pridaný sym. hranol (sym. – symetricky umiestnený). Aj keď bolo testovaných súčasne až 10 hranolov, nebolo docielené výrazné zrýchlenie výpočtu. Dokonca čas 2:51 min. pre 10 testovacích hranolov je takmer o 20 s pomalší, ako pri zadaní iba dvoch zelených testovacích hranolov (2:33 min.) – Tabuľka I.

Tabuľka. II
Čas výpočtu jedného rezu HP pre u_1 = 0, s postupným pridávaním hranolov detekujúceho CHA

P.č.	farba hranola	čas výpočtu [mm:ss]	celk. počet testovacích hranolov	čas výpočtu - - pridaný sym. hranol [mm:ss]	celk. počet testovacích hranolov
1	červená	3:26	1	2:48	6
2	+sivá	3:07	2	2:50	7
3	+ zelená	3:05	3	2:47	8
4	+ sv. modrá	2:46	4	2:53	9
5	+ fialová	2:44	5	2:51	10

Z uvedeného je zrejmé, že príliš veľa testov vstupu ZB do hranolov cez podmienku *if*, skôr spomaľuje výpočet ako zrýchľuje aj napriek tomu, že program bol napísaný v C++ (v Matlabe by nastalo obrovské spomalenie výpočtu). Pre zaujímavosť, obrázok Obr. 3(b) ilustruje, aké je farebné rozlíšenie vplyvu desiatich testovacích hranolov. Je zrejmé, že dominuje zelená farba odpovedajúca zelenému hranolu a potom je to mix jednotlivých farieb s prevažujúcou svetlo modrou. Obr. 3(c) sa vzťahuje k Obr.2(b), kedy jednému resp. druhému zelenému, symetricky na CHA umiestnenému hranolu, bola priradená červená resp. svetlo modrá farba. Z obrázka je teda zrejmé, do ktorého hranola vstúpil ZB po uplynutí času *tTest*. Výpočet trajektórie sa zastavil a nasledovne pokračoval riešením systému (1) pre ďalšiu ZP. Ak by sme priradili všetkým hranolom červenú farbu – obrázky Obr. 3(b) a Obr. 3(c) by boli zhodné s Obr. 1(a).



(a) (b) (c)

Obr. 3 (a) umiestnenie 10 testovacích hranolov na CHA, (b) ukážka vplyvu jednotlivých hranolov z Obr. 3(a) na farebnosť rezu HP, (c) ukážka vplyvu dvoch, pôvodne zelených hranolov z Obr. 2(b), pričom jednému bola priradená červená a druhému svetlo modrá farba.

V. TESTY VÝPOČTOV

Doteraz uvádzané testy boli robené na notebooku Lenovo, CPU Intel i5 5200U, 4 GB RAM, 2 jadrá/4 vlákna 2,2 GHz, Windows 8.1, 64 bitový. Boli zvolené parametre *uhMax* = *ihMax* = 0,025 V resp. A, čo znamená, že nasledujúce riešenie sa od predchádzajúceho nemôže vzdialiť o viac ako o 25 mV resp. 25 mA. Sú to veľké hodnoty, ktoré sa používajú iba na testovanie či orientačné výpočty. Reálne sa pri výpočtoch HP používa *uhMax* = *ihMax* = 0,001 resp. 0,0001. Boli však aj prípady, kedy autor pre veľmi presné výpočty používal *uhMax* = *ihMax* = 10^{-5} resp. 10^{-6}. Druhý počítač na ktorom boli robené testy je stolový, s CPU Intel i7 7700K, 48 GB RAM, 4 jadrá/8 vlákien 4,2 GHz, Windows 10, 64 bitový. Všetky testovacie rezy HP, boli počítané s rozlíšením 400×400 bodov (ZP).

Na testovanie boli zvolené dva prípady z Tabuľky I. Ide o najrýchlejší a najpomalší výpočet rezov HP s dvoma hranolmi pre zvolené *uhMax* = *ihMax* = 0,001 resp. 0,0001. Výsledky sú zhrnuté v Tabuľke III. Pri CPU i5 5200U a voľbe *uhMax* = *ihMax* = 0,001 je zrejmá úspora takmer 15 min. na 1 hodine výpočtu (približne aj na výpočte jedného rezu) a pri hodnote *uhMax* = *ihMax* = 0,0001 je to takmer 2,5 hodiny na (približne) jeden rez výpočtu. Pochopiteľne, ak by sme z Tabuľky I použili na testovanie najpomalší a najrýchlejší čas výpočtu, rozdiely by boli ešte zreteľnejšie.

Čo sa týka použitia CPU i7 7700K, z Tabuľky III je evidentné, že v porovnaní s CPU i5 5200U, je i7 7700K približne 3x rýchlejší, takže (pre *uhMax* = *ihMax* = 0,001) úspora okolo 50 min. resp. 40 min. na jeden počítaný rez je veľmi zaujímavé číslo (časy 1:15:20 a 0:24:39 resp. 1:01:34 a 0:19:38). Podobne to platí aj pre *uhMax* = *ihMax* = 0,0001. Medzi zvolenými zelenými a červenými hranolmi je približná úspora času okolo 40 min. na 1 rez (4:07:49 a 3:23:58), avšak úspora času a elektrickej energie pri použití CPU i5 5200U a i7 7700K takmer 7 - 8 hodín je jednoznačná. Oplatí sa teda používateľovi trochu zdržať a pomocou krátkych a rýchlych testov hľadať optimálne umiestnený a dostatočne veľký testovací hranol či hranoly. Pri výpočtu napr. 100 rezov HP sa zvýšená rýchlosť výpočtu určite prejaví. Navyše, s príchodom nových CPU od Intelu (28 jadier/56 vlákien) a AMD (32 jadier/64 vlákien) je možné očakávať zásadné zvýšenie výpočtového výkonu počítačov [3], [4] a tým aj ďalšie úspory nielen výpočtového času, ale aj elektrickej energie.

Tabuľka. III
Testy pre výpočet jedného rezu HP dvoma počítačmi

uhMax ihMax	čas výpočtu [hh:mm:ss]		testovacie hranoly
	i5 5200U	i7 7700K	
0,001	1:15:20	0:24:39	2 červené
0,0001	12:43:30	4:07:49	
0,001	1:01:34	0:19:38	2 zelené
0,0001	10:15:07	3:23:58	

VI. ZÁVER

Zrýchlenie výpočtu jedného rezu HP, prispieva k celkovému zrýchleniu výpočtu celej série rezov HP. Tá môže pozostávať z niekoľko desiatok, niekoľko stovák, či v špeciálnom prípade až z tisíc vypočítaných rezov HP. V platnosti ostávajú odporúčania z práce [2] len s tým rozdielom, že testovací hranol umiestnený na CHA, nemôže byť iba jeden a to ľubovoľne umiestnený. Vzhľadom na časovú náročnosť výpočtov je vhodné:

- oboznámiť sa s dynamikou príslušného CHA,
- vybrať vhodný hranol z niekoľkých a
- zadať hranice druhého, symetricky umiestneného hranola v stavovom priestore.

Tento postup umožní rýchlejší nielen výpočet väčšieho množstva rezov HP, ale aj šetrenie elektrickou energiou. Nevylučujeme však prípad, kedy k rýchlejšiemu výpočtu môže pomôcť aj tretí či štvrtý hranol umiestnený na CHA. To však závisí od aktuálne analyzovaného CHA. Určite nie je vhodné rozdrobiť samotný výpočet nadmerným testovaním vniku ZB do väčšieho počtu hranolov.

POĎAKOVANIE

Podporujeme výskumné aktivity na Slovensku/ Projekt je spolufinancovaný zo zdrojov EÚ. Tento článok bol vypracovaný v rámci projektu "Centrum excelentnosti integrovaného výskumu a využitia progresívnych materiálov a technológií v oblasti automobilovej elektroniky", ITMS 26220120055.

LITERATÚRA

[1] T. Matsumoto , L. O. Chua, M. Komuro, “The Double Scroll,” . *IEEE Transactions on Circuits & Systems*, vol.CAS-32, 1985, p.798-818.
[2] Z. Racz, B. Sobota, M. Guzan, “Parallelizing boundary surface computation of Chua’s circuit, ” Radioelektronika 2017. Brno: IEEE; 2017. p. 1-4.
[3] Intel prinesie 28-jadrový procesor koncom roka, [online] [cit 2018-07-19]. Dostupné na internete: https://www.sector.sk/novinka/151084/intel-prinesie-28-jadrovy-procesor-koncom-roka.htm
[4] AMD uvedie 32-jadrové monštrum aj pre desktopy, [online] [cit 2018-07-19]. Dostupné na internete: http://pc.zoznam.sk/novinka/amd-uvedie-32-jadrove-monstrum-aj-pre-desktopy